Тема измерений в квантовой механике традиционно является очень сложной. Да чего там – КАБСЗДЕЦ сложной. Я, будучи не самым тупым студентов, допёр только в середине 5-го семестра.

Очень важной задачей квантмеха является поиск СЗ и СФ гамильтониана. Вот стационарное уравнение Шрёдингера $\widehat{H}\Psi(x) = E\Psi(x)$
как раз этому посвящено.
Обычно мы знаем вид гамильтониана – $\widehat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U(x) = -\frac{h^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + U(x)$
(потенциал нам обычно задан). Тогда, если у $\widehat{H}$ одно собственное значение, то это СЗ – энергия системы, а СФ (с точностью до нормировки) – волновая функция.
Если у гамильтониана $\widehat{H}$, например, четыре собственных значения $E_1 < E_2 < E_3 < E_4$, которым соответствуют волновые функции $|\Psi_1>$, $|\Psi_2>$, $|\Psi_3>$, $|\Psi_4>$, то волновая функция может быть произвольной линейной комбинацией $|\Psi_1>$, $|\Psi_2>$, $|\Psi_3>$, $|\Psi_4>$ с точностью до нормировки.
Экспериментально, если мы действуем на систему каким-то оператором, мы можем измерить только те числа, которые являются одним из его СЗ. Следовательно, экспериментально измеряя энергию (действуя гамильтонианом), мы можем экспериментально измерить только СЗ $\widehat{H}$- в данном случае $E_1 < E_2 < E_3 < E_4$.
Теперь мы нашли ещё одну причину решать стационарное уравнение Шрёдингера – чтобы обосновать тот энергетический спектр, который мы видим.

На самом деле, как мы поймём, то же правило работает не только для энергий.

Постулат редукции волновой функции Неймана
Постулат редукции ВФ (он же постулат редукции Неймана) – при измерении мы получаем одно из собственных значений $\hat{A}$, и одновременно с эти ВФ преобразуется в одну из СФ оператора $\hat{A}$, соответствующую данному СЗ.
(на всякий случай – аббревиатура «СЗ» означает именно «СОБСТВЕННОЕ» значение. Не среднее!!!!!)
В какую именно? И какое именно собственное значение $\hat{A}$ мы получим?
Рандом. Вероятность зависит от того, с какими коэфами данная СФ входит в разложение исходной ВФ по СФ оператора $\hat{A}$ – тем они больше, чем больше вероятность.

Т.е. пусть

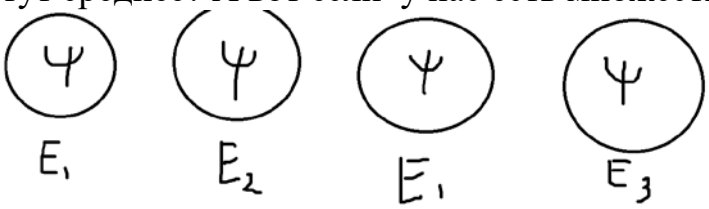
$$\Psi(x) = \sum_n c_n \varphi_n(x)$$

где $\varphi_n(x)$ – СФ оператора $\hat{A}$. Тогда будут измерены СЗ $\hat{A}$, и каждое с вероятностью $|c_n|^2$.

Отмечу, что ВФ перейдёт в СФ оператора $\hat{A}$ сразу после измерения, а вот далее её эволюция продолжится согласно нестационарному ур-ю Шрёдингера. И там уже в

зависимости от оператора $\hat{A}$ ВФ продолжить быть СФ оператора $\hat{A}$ или очень быстро перестанет.

Ещё небольшой нюанс: у оператора координаты $\hat{x}$ СФ нет (точнее есть – дельта-функции, но там свои заморочки, в которые вникать смысла нет). Но там всё и так просто: вероятность найти частицу в точке x равна $|\Psi(x)|^2$.

А где же тут среднее? А вот если у нас есть множество совершенно одинаковых систем: 

. Мы для каждой провели измерение, а затем сделали усреднение. Собственно, это и есть <A>. Отметим, что <A> вовсе не обязано являться какому-то из СЗ $\hat{A}$.

Пример:
Если Ψ в данный момент имеет вид 3/5*φ1+4/5*φ2, где φ1 – СФ гамильтониана с СЗ E1, а φ2 – СФ гамильтониана с СЗ E2, то с вероятностью 9/25 экспериментально будет измерено E1, а с 16/25 - измерено E2.

А среднее значение энергии – <E> = 9/25 * E1 + 16/25* E2 будет лежать между E1 и E2.

Неравенства Белла
Этот рандом взбесил Эйнштейна и он придумал альтернативу рандому – есть некие скрытые параметры, и на самом деле всё заранее предопределено. Ничего, люди будущего построят экспериментальные установки получше и смогут на эти скрытые параметры для нас, людей прошлого, влиять.

Неравенства Белла – неравенства, из-за которых теория Эйштейна потерпела провал. В итоге всё-таки тру рандом в квантах есть. Вообще Джон Стюарт Белл хотел опровергнуть копенгагенскую теорию с рандомом и своими неравенствами доказать, что есть скрытые параметры. Но, как говорят в полиции, «главное в расследовании – не выйти на самих себя»: неравенства Белла сработали как раз в обратную сторону.
Автор настоятельно **не** рекомендует вскрывать тему про неравенства Белла. И не потому что там архивы спецслужб, а вы ещё молодые, а потому что вы погрязнете в тонне полуфилософских рассуждений, которые не сильно вас поднимут в понимании квантмеха (куда полезнее решать задачи). К тому же вам в этой теме делать нечего, пока вы не поймёте «общую» интерпретацию квантов (6-7 семестр), а у нас пока «координатные» кванты (4-5).

Копенгагенская интерпретация квантовой механики. Парадокс ЭПР

Парадокс ЭПР (Эйнштейн, Подольский, Розен): взяли частицу, точно измерили её импульс. Она распалась на две. Измерили импульс первой и координату второй. Но по ЗСИ мы можем найти и импульс второй. Мы нарушили принцип неопределённости Гейзенберга. Что же делать?

На самом деле, что мы действительно знаем импульс второй частицы после измерения импульса первой, но стоит нам измерить её координату – мы поменяем её ВФ и найти её импульс уже не сможем, так что никакого противоречия нет. Подобная интерпретация квантмеха, что частица сама по себе никакими наблюдаемыми свойствами не обладает, а все свойства – это лишь результат действия на неё операторов, называется копенгагенской. Измерили импульс – получили импульс. Измерили координату – получили координату, а вот импульс уже пропал, потому что эти два оператора не коммутируют.

Замечание: если нам дана $\Psi(x)$, то мы можем подсчитать всё. Всё на свете! Но вся закавыка как раз в том, что для реальных частиц мы ВФ НИКОГДА не узнаем.

Кот Шрёдингера с точки зрения редукции ВФ

Наш курс был бы неполным без рассмотрения этого баяна. Я даже не буду напоминать формулировку – вы её и так помните. Но зато приведу пример НЕПРАВИЛЬНОГО рассуждения:

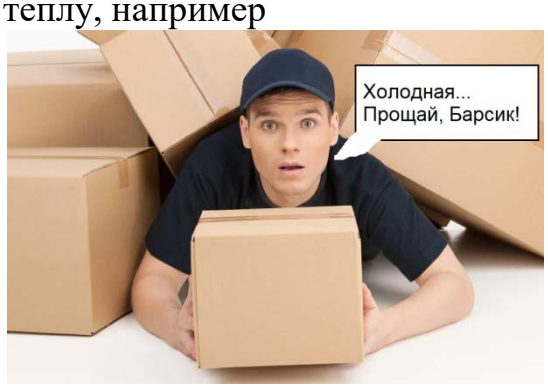
«Предположим, у Шрёдингера есть лаборант. Лаборант поднимает крышку коробки. а Шрёдингер в это время сидит в другой комнате. Тогда с точки зрения Шрёдингера лаборант становится частью этой квантовой системы и пребывает в суперпозиции, пока не сообщит результат Шрёдингеру и он об этом не узнает».

Принципиально неправильной в этом рассуждении является установка на наблюдении, сознании, а не на измерении. Т.е. у нас, следуя этому рассуждению, принципиально различаются сущности в зависимости от наблюдателя: с т.з. Шрёдингера в суперпозиции находится в т.ч. лаборант, с т.з. лаборанта «он про себя всё знает», т.е. он сам в квантовой суперпозиции находиться не может. (Какое-то странное подобие систем отчёта, не находите?) И это мы ещё кота не начали рассматривать. Только не надо говорить, что у него нет сознания – в физике понятий «жизнь» и «сознание» нет (а то придётся определять, что мы считаем живым, у чего есть сознание – но не будем же мы насаживать квантовую механику на биологию?). А ещё мы можем считать наблюдателем саму коробку (плевать, что она неживая). В общем, вы видите, к каким проблемам нас приводит акцентировка на наблюдателе.

Меж тем, если мы обратим внимание на саму процедуру измерения, то парадокс исчезнет, как будто его и не было. Изначально, пока коробку не открыли, действительно была квантовая суперпозиция. Но вот крышка сдвигается:

причём не важно, кто её открывает: человек, робот (можно даже представить вымирание всего человечества!) или даже «ветром сдуло». Объективно именно само измерение, т.е. движение крышки. Это грубое влияние на квантовую систему, приводящее к редукции ВФ.

Нам сложно это понять, т.к. кот с точки зрения квантовой механики «большой» (по размерам). Мы можем догадаться о его смерти, не открывая коробку – по теплу, например



Это ж какой нам нужен сейф, чтобы мы никак не могли узнать состояние кота до вскрытия коробки ☺ Процесс вскрытия такого сейфа должен быть очень сложным, это вам не «поднять крышку из-под обувной коробки». Он и приводит к редукции ВФ.

А если заменить кота на маленькую частицу без всяких коробок, то всё становится на свои места: мы измеряем, тут же происходит редукция ВФ.